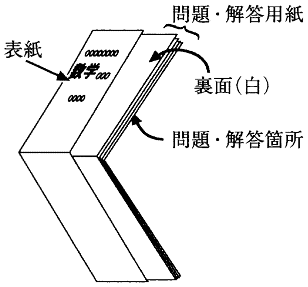
令和５年度入学試験問題

数　学　　202

（前　期　日　程）

表紙も問題・解答用紙もすべて
表面のみに印刷している。



(注意事項)

1 問題・解答用紙は，係員の指示があるまで開かないこと。

2 この表紙を除いて，**問題・解答用紙は４枚**である。
用紙の折り方は図のようになっているので注意すること。

3 **解答は，問題と同一の紙面の指定された解答箇所に書くこと。**
指定された解答箇所以外に書いたものは採点しない。
裏面に解答したものも採点しない。

4 **解答開始後，各問題・解答用紙の「受験番号」欄に受験番号をはっきり記入すること。**

5 表紙や問題・解答用紙の裏面を計算のために用いてよい。

6 表紙を含め，配付した用紙はすべて回収する。

受験番号	第　　　　　　　番

数　学　202　その１

第１問　$f(x)=\dfrac{2x^2-x-1}{x^2+2x+2}$ とする。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x)$ および $\displaystyle\lim_{x\to\infty} f(x)$ を求めよ。

(2) 導関数 $f'(x)$ を求めよ。

(3) 関数 $y=f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。

(4) 曲線 $y=f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

[第１問の解答箇所]

小 計	点

受験番号	第　　　　　　番

数　学　202　その 2

第 2 問　n を 2 以上の整数とする。複素数平面上の 4 点を O(0), A(1), B(i), C(-1) とする。AC を直径として点 B を含む半円を考える。弧 AC を n 等分する分点を点 A に近い方から順に P_1, P_2, $\cdots$, P_{n-1} とし，$\mathrm{A} = \mathrm{P}_0$, $\mathrm{C} = \mathrm{P}_n$ とおく。ただし，i は虚数単位とする。

(1) $\triangle \mathrm{OP}_1\mathrm{P}_2$ の面積が $\dfrac{1}{4}$ になるとき，点 P_1 を表す複素数 α および点 P_2 を表す複素数 β を求めよ。

(2) $0 < k < n$ に対して，$\mathrm{AP}_k \leqq \mathrm{CP}_k$ を満たす $\triangle \mathrm{AP}_k\mathrm{C}$ の 2 辺の長さの和 $\mathrm{AP}_k + \mathrm{CP}_k$ が $\sqrt{6}$ になるとき，$\dfrac{k}{n}$ の値を求めよ。

(3) $0 < k < n$ に対して，$\triangle \mathrm{AP}_k\mathrm{C}$ の面積を S_k とするとき，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{S_1 + S_2 + \cdots + S_{n-1}}{n}$ を求めよ。

(4) 点 B を原点 O を中心として $\dfrac{\pi}{3}$ だけ回転した点を表す複素数を z とする。z の 2023 乗を求めよ。

[第 2 問の解答箇所]

小 計	点

受験番号	第　　　　　　　番

数　学　202　その３

第３問　数列 $\{a_n\}$ は次を満たす。

$$a_1 = 1,\quad a_2 = 1,\quad a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + a_{n-1}\quad (n = 2,\ 3,\ 4,\ \cdots)$$

(1) a_3, a_4, a_5 を求めよ。

(2) $n \geqq 3$ のとき，$1 < a_n < n$ を示せ。

(3) $\lim_{n \to \infty} a_{2n+1} = \infty$ を示せ。

[第３問の解答箇所]

小 計	点

受験番号	第　　　　　番

数　学　202　その4

第4問　0以上の整数の組 $(x,\ y)$ について，次の問いに答えよ。

(1) $3x+7y=34$ を満たす組 $(x,\ y)$ をすべて求めよ。

(2) $3x+7y=n$ を満たす組 $(x,\ y)$ をもたない0以上の整数 n の個数を求めよ。また，そのような n の中で最大の整数を求めよ。

(3) a を3で割った余りが1である自然数とする。$a>1$ のとき，$3x+ay=n$ を満たす組 $(x,\ y)$ をもたない0以上の整数 n の個数を a を用いて表せ。また，そのような n の中で最大の整数を a を用いて表せ。

[第4問の解答箇所]

小 計	点