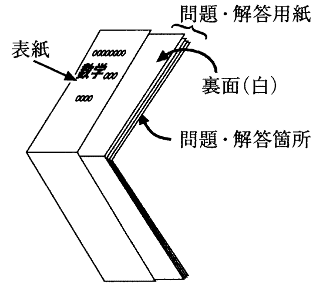
令和５年度入学試験問題

数　学　　201

（前　期　日　程）

表紙も問題・解答用紙もすべて
表面のみに印刷している。



（注意事項）

1　問題・解答用紙は，係員の指示があるまで開かないこと。

2　この表紙を除いて，**問題・解答用紙は４枚**である。
　用紙の折り方は図のようになっているので注意すること。

3　**解答は，問題と同一の紙面の指定された解答箇所に書くこと。**
　指定された解答箇所以外に書いたものは採点しない。
　裏面に解答したものも採点しない。

4　**解答開始後，各問題・解答用紙の「受験番号」欄に受験番号をはっきり記入すること。**

5　表紙や問題・解答用紙の裏面を計算のために用いてよい。

6　表紙を含め，配付した用紙はすべて回収する。

受験番号	第　　　　　　　番

数　学　201　その1

第1問　$0 \leqq \theta \leqq \pi$ とする。2次方程式 $x^2-2(\sin\theta+\cos\theta)x-\sqrt{3}\cos 2\theta=0$ について，次の問いに答えよ。

(1) この方程式の判別式 D を $\sin 2\theta$，$\cos 2\theta$ を用いて表せ。

(2) この方程式が実数解をもつとき，定数 θ の値の範囲を求めよ。

(3) この方程式の解がすべて正の実数であるとき，定数 θ の値の範囲を求めよ。

[第1問の解答箇所]

小 計	点

受験番号	第　　　　　　　番

数　学　201　その2

第2問　1辺の長さが1の立方体Vがある。Vの異なる4つの頂点O，A，B，CをOA，OB，OCがVの辺になるように定め，$\overrightarrow{\mathrm{OD}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}$を満たす頂点をDとする。また，線分ADを1：3に内分する点をEとし，線分BDの中点をFとする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$として，次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OE}}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$を用いて表せ。

(2) $|\overrightarrow{\mathrm{EF}}|$の値を求めよ。

(3) 立方体Vのすべての頂点を通る球面と直線OEとの交点のうち，Oでない交点をGとする。$\overrightarrow{\mathrm{OG}}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$を用いて表せ。

[第2問の解答箇所]

小 計	点

受験番号	第　　　　　　番

数　学　201　その3

第3問　$f(x) = \dfrac{2x^2 - x - 1}{x^2 + 2x + 2}$ とする。

(1) $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} f(x)$ および $\displaystyle\lim_{x \to \infty} f(x)$ を求めよ。

(2) 導関数 $f'(x)$ を求めよ。

(3) 関数 $y = f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。

(4) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

[第3問の解答箇所]

小 計	点

受験番号	第　　　　　　番

数　学　201　その4

第4問　n を1以上の整数とする。1枚のコインを n 回投げ，$a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n$ を次のように定める。$a_0 = 1$ として，k 回目 $(k = 1, 2, 3, \cdots, n)$ にコインを投げたときに表が出たら $a_k = 2a_{k-1}$ とし，裏が出たら $a_k = a_{k-1} + 1$ とする。n 回投げ終えたときに，a_n を3で割った余りが1となる確率を p_n，a_n を3で割った余りが2となる確率を q_n とする。

(1) p_1，q_1，p_2，q_2 を求めよ。

(2) p_{n+1} および q_{n+1} を p_n または q_n を用いて表せ。

(3) (1) と (2) で定まる数列 $\{p_n\}$ および $\{q_n\}$ の一般項を求めよ。

[第4問の解答箇所]

小 計	点